الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا تجريبية

الشعبة: آداب وفلسفة؛ لغات أجنبية

مديرية التربية لولاية تيارت

ثانوية العقيد لطفي –تخمارت–

دورة: ماي 2021

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 02 ساعة ونصف

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية غير المعدومة $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n = -\frac{2}{5}n + \frac{5}{4}$.

1)بيّن أنّ (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين حدّها الأول u_1 وأساسها r، استنتج اتجاه تغيّرها.

2)احسب المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

3)عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 1$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a، b وَ c حيث $a = 2021$، $b = 1954$ وَ $c = 1442$.

1)أ/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a، b وَ c على 5.

ب/ بيّن أنّ $b \equiv -1[5]$، ثمّ استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2971} وَ b^{1962} على 5.

جـ/ هل العددين a وَ b^{1962} متوافقين بترديد 5؟ برّر إجابتك.

2)أ/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 3^0، 3^1، 3^2، 3^3 وَ 3^4 على 5.

ب/ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k: $3^{4k} \equiv 1[5]$، ثمّ استنتج أنّ $3^{4k+1} \equiv 3[5]$.

جـ/ تحقّق أنّ $3^{2021} \equiv 3[5]$.

د/ عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $8^n - 1 \equiv 0[5]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$،

وَ (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)أحسب نهاية الدّالة f عند كلّ من $-\infty$ و $+\infty$.

2)أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = 3x(x-2)$، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر f، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أكتب معادلة لـ(T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 1.

4)أ. تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x: $f(x) = (x-2)^2(x+1)$.

ب. حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثمّ استنتج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل.

5) ارسم كلا من (T) و (C_f).

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

(v_n) المتتالية الهندسية ذات الحدود الموجبة التي حدّها الأول $v_0 = \frac{1}{2}$ وحدّها الخامس $v_4 = 8$.

1)عيّن أساس هذه المتتالية ثمّ اكتب v_n بدلالة n.

2)اثبت أنّ العدد 2048 حد في المتتالية (v_n).

3)احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.

4)احسب المجموع: $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2048$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

a وَ b عددان صحيحان حيث $a \equiv -1[9]$، وَ $b = 2021$.

1)أ/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a، وَ b على 9.

ب/ بيّن أنّ $a + 2b$ يقبل القسمة على 9.

جـ/ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)^2 - 8$ على 9.

2)أ/ ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 4^n على 9.

ب/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من 1962^{1442} وَ 1954^{2021} على 9.

جـ/ تحقّق أنّ $1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv 0[9]$.

د/ عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $4^{3n} + n - 1 \equiv 0[9]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

نعتبر f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x$،

وَ (C_f) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)أحسب نهاية الدّالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.

2)أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = (-x+3)(x-1)$، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر f، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ النقطة $A\left(2;\frac{-2}{3}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

4) أُكتب معادلة لـ(D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A.

5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (D) و (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

حل الموضوع الأول

حل التمرين الأول: (05 نقاط)

لدينا: (u_n) متتالية **حسابية** معرّفة على **مجموعة الأعداد الطبيعية غير المعدومة** $\mathbb{N}^*$ بـ: $u_n = -\frac{2}{5}n+\frac{5}{4}$.

1) تبيان أنّ (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين حدّها الأول u_1 وأساسها r:

نُبين أنّ $u_{n+1}-u_n$ عدد ثابت:

لدينا: $u_n = -\frac{2}{5}n+\frac{5}{4}$

ومنه:
$$u_{n+1} = -\frac{2}{5}(n+1)+\frac{5}{4} = -\frac{2}{5}n-\frac{2}{5}+\frac{5}{4} = -\frac{2}{5}n+\frac{-8+25}{20} = -\frac{2}{5}n+\frac{17}{20}$$

وعليه:
$$u_{n+1}-u_n = \left(-\frac{2}{5}n+\frac{17}{20}\right)-\left(-\frac{2}{5}n+\frac{5}{4}\right) = -\frac{2}{5}n+\frac{17}{20}+\frac{2}{5}n-\frac{5}{4} = \frac{17-25}{20} = -\frac{8}{20} = -\frac{2}{5}$$

إذن: (u_n) متتالية حسابية أساسها $r=-\frac{2}{5}$، وحدّها الأوّل $u_1 = -\frac{2}{5}(1)+\frac{5}{4} = -\frac{2}{5}+\frac{5}{4} = \frac{-8+25}{20} = \frac{17}{20}$.

استنتاج اتجاه تغيّر (u_n):

بمأنّ: (u_n) متتالية **حسابية**، وَ**أساسها سالب تماما** $\left(r=-\frac{2}{5}<0\right)$، فإنّها: **متناقصة تماما**.

2) حساب المجموع $S_n = u_1+u_2+\cdots+u_n$:

لدينا:
$$S_n = u_1+u_2+\cdots+u_n = (n-1+1)\left(\frac{u_1+u_n}{2}\right) = \frac{n}{2}\left(\frac{17}{20}-\frac{2}{5}n+\frac{5}{4}\right) = \frac{n}{2}\left(-\frac{2}{5}n+\frac{17+25}{20}\right) = \frac{n}{2}\left(-\frac{2}{5}n+\frac{42}{20}\right) = -\frac{1}{5}n^2+\frac{21}{20}n$$

3) تعيين العدد الطبيعي n بحيث $S_n=1$:

$S_n=1$ تُكافئ: $-\frac{1}{5}n^2+\frac{21}{20}n=1$

ومنه: $-4n^2+21n-20=0$

مميزها: $\Delta=(21)^2-4(-4)(-20) = 441-320 = 121 = (11)^2$

للمعادلة حلين متمايزين هما:

$n' = \frac{-21+11}{-8} = \frac{-10}{-8} = \frac{5}{4} \notin \mathbb{N}$،

وَ $n'' = \frac{-21-11}{-8} = \frac{-32}{-8} = 4 \in \mathbb{N}$.

$(S_4=1)$

حل التمرين الثاني: (07 نقاط)

لدينا: $a=2021$، $b=1954$ وَ $c=1442$.

1) أ/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a، b وَ c على 5:

➲ لدينا: $a=5(404)+\mathbf{1}$، أي: $\boxed{a\equiv \mathbf{1}[5]}$

إذن: باقي قسمة a على 5 هو **1**.

➲ لدينا: $b=5(390)+\mathbf{4}$، أي: $\boxed{b\equiv \mathbf{4}[5]}$

إذن: باقي قسمة b على 5 هو **4**.

➲ لدينا: $c=5(288)+\mathbf{2}$، أي: $\boxed{c\equiv \mathbf{2}[5]}$

إذن: باقي قسمة c على 5 هو **2**.

ب/ تبيان أنّ $b\equiv -1[5]$:

نُبين أنّ الفرق $b-(-1)$ مضاعف لـ5:

لدينا: $b-(-1)=b+1=1955=5(391)$

إذن: $\boxed{b\equiv -1[5]}$.

استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2971} وَ b^{1962} على 5:

➲ لدينا: $b\equiv -1[5]$،

ومنه: $b^{2971}\equiv(-1)^{2971}[5]$

وعليه: $b^{2971}\equiv -1[5]$ (لأنّ: 2971 **عدد فردي**)

ويكون: $\boxed{b^{2971}\equiv \mathbf{4}[5]}$،

إذن: باقي قسمة b^{2971} على 5 هو **4**.

➲ لدينا: $b\equiv -1[5]$،

ومنه: $b^{1962}\equiv(-1)^{1962}[5]$

وعليه: $\boxed{b^{1962}\equiv \mathbf{1}[5]}$ (لأنّ: 1962 **عدد زوجي**)،

إذن: باقي قسمة b^{1962} على 5 هو **1**.

جـ/ دراسة توافق العددين a وَ b^{1962} بترديد 5، مع تبرير الإجابة:

لدينا: $\begin{cases} a\equiv \mathbf{1}[5] \\ b^{1962}\equiv \mathbf{1}[5] \end{cases}$، إذن: $\boxed{a\equiv b^{1962}[5]}$.

2) أ/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 3^0، 3^1، 3^2، 3^3 وَ 3^4 على 5:

لدينا: $3^0\equiv \mathbf{1}[5]$، ومنه: باقي قسمة 3^0 على 5 هو **1**.

$3^1\equiv \mathbf{3}[5]$، ومنه: باقي قسمة 3^1 على 5 هو **3**.

$3^2\equiv \mathbf{4}[5]$، ومنه: باقي قسمة 3^2 على 5 هو **4**.

$3^3\equiv \mathbf{2}[5]$، ومنه: باقي قسمة 3^3 على 5 هو **2**.

$3^4\equiv \mathbf{1}[5]$، ومنه: باقي قسمة 3^4 على 5 هو **1**.

ب/ تبيان أنّه من أجل كل عدد طبيعي k، $3^{4k}\equiv 1[5]$:

لدينا: $3^4\equiv 1[5]$، ومنه: $(3^4)^k\equiv(1)^k[5]$

وعليه: $\boxed{3^{4k}\equiv 1[5]}$.

استنتاج أنّ $3^{4k+1}\equiv 3[5]$:

لدينا: $\begin{cases} 3^{4k}\equiv 1[5] \\ 3^1\equiv 3[5] \end{cases}$ ومنه: $3^{4k}\times 3^1\equiv(1\times 3)[5]$

أي: $\boxed{3^{4k+1} \equiv 3[5]}$.

جـ/ التحقق أنّ $3^{2021} \equiv 3[5]$:

لدينا: $2021 = 4(505) + 1$ من الشكل $4k + 1$

إذن: $\boxed{3^{2021} \equiv 3[5]}$.

د/ تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $8^n - 1 \equiv 0[5]$:

لدينا: $8^n - 1 \equiv 0[5]$ تُكافئ: $3^n - 1 \equiv 0[5]$

ومنه: $3^n \equiv 1[5]$

وحسب نتيجة السؤال 2)ب/، فإنّ: $\boxed{n = 4k}$ $(k \in \mathbb{N})$.

حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

لدينا: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$، وَ $D_f = \mathbb{R}$.

وَ (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)حساب نهاية الدّالة f عند كلّ من $-\infty$ و$+\infty$:

لدينا: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^3) = -\infty$ ،

وَ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (x^3) = +\infty$.

2)أ. تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، : $f'(x) = 3x(x-2)$

لدينا: $f'(x) = 3x^2 - 6x$،

ولدينا من جهة أخرى: $3x(x-2) = 3x^2 - 6x$

إذن: $\boxed{f'(x) = 3x(x-2)}$.

دراسة إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$:

الطريقة 01:

(في حالة $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$)

نضع: $f'(x) = 0$، نجد: $3x^2 - 6x = 0$

أي: $3x(x-2) = 0$

ومنه: $x = 0$ أو $x - 2 = 0$

وعليه: $\boxed{x = 0}$ أو $\boxed{x = 2}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

ب. استنتاج اتجاه تغيّر f، ثمّ تشكيل جدول تغيّراتها:

الدّالة f **متزايدة تماما** على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ وَ $[2; +\infty[$، و**متناقصة تماما** على المجال $[0; 2]$؛

ويكون جدول تغيّراتها كالتالي:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

حيث: $f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 4 = 4$،

وَ $f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 + 4 = 8 - 12 + 4 = 0$.

3) كتابة معادلة لـ(T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 1:

معادلة (T) من الشكل $y = f'(1)(x-1) + f(1)$،

ولدينا: $\begin{cases} f'(1) = 3(1)^2 - 6(1) = -3 \\ f(1) = (1)^3 - 3(1)^2 + 4 = 2 \end{cases}$

وبالتعويض نجد: $y = -3(x-1) + 2$،

ومنه: $y = -3x + 3 + 2$

إذن: $\boxed{(T): y = -3x + 5}$.

4)أ. التحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، : $f(x) = (x-2)^2(x+1)$

لدينا: $(x-2)^2(x+1) = (x^2 - 4x + 4)(x+1)$

$= x^3 + x^2 - 4x^2 - 4x + 4x + 4$

$= x^3 - 3x^2 + 4 = f(x)$

ب. حلّ في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$:

$f(x) = 0$، تُكافئ: $(x-2)^2(x+1) = 0$

ومنه: $(x-2)^2 = 0$ أو $x + 1 = 0$

وعليه: $x - 2 = 0$ أو $x = -1$

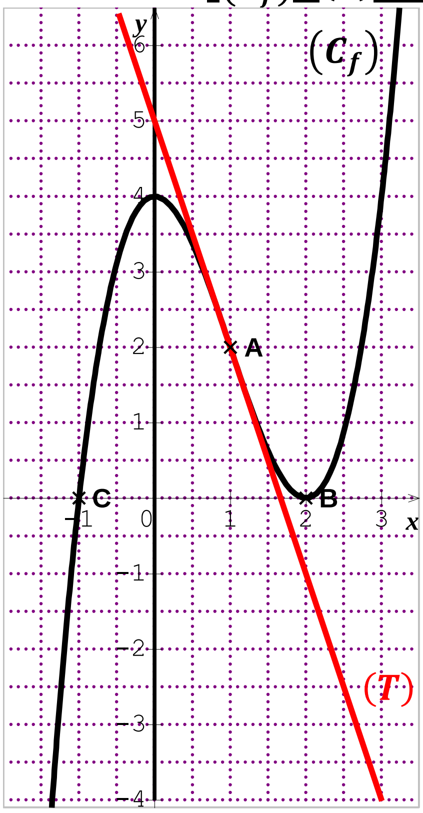
وبالتالي: $\boxed{x = 2}$ أو $\boxed{x = -1}$

إذن: $\boxed{S = \{2; -1\}}$.

استنتاج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل:

(C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $B(2;0)$؛ وَ $C(-1;0)$.

5) رسم كلا من (T) و(C_f):



حل الموضوع الثاني

حل التمرين الأول: (05 نقاط)

لدينا: (v_n) المتتالية الهندسية ذات الحدود الموجبة التي حدّها الأول $v_0 = \frac{1}{2}$ وحدّها الخامس $v_4 = 8$.

1)تعيين أساس هذه المتتالية:

نعلم أنّ: $v_n = v_0 \times q^n$، ومنه: $v_4 = v_0 \times q^4$

بالتعويض نجد: $8 = \frac{1}{2} \times q^4$

ويكون: $q^4 = 16 = 2^4$، إذن: $\boxed{q = 4}$.

كتابة v_n بدلالة n:

لدينا: $v_n = v_0 \times q^n$، ومنه: $\boxed{v_n = \frac{1}{2} \times 2^n}$.

2)اثبات أنّ العدد 2048 حد في المتتالية (v_n):

نضع: $v_n = 2048$، نجد: $\frac{1}{2} \times 2^n = 2048$

ومنه: $2^n = 4096$

وعليه: $2^n = 2^{12}$

وبالتالي: $\boxed{n = 12}$ $(v_{12} = 2048)$

إذن: 2048 حد من حدود المتتالية (v_n).

3)حساب بدلالة n المجموع، $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$:

لدينا: $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

$= v_1\left(\frac{1-q^{n-1+1}}{1-q}\right)$

$= \left(\frac{1}{2} \times 2^1\right)\left(\frac{1-2^n}{1-2}\right) = 2^n - 1$

4)حساب المجموع، $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2048$:

لدينا: $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2048$

$= v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \cdots + v_{12}$

$= 2^{12} - 1$

$= 4096 - 1 = 4095$

حل التمرين الثاني: (07 نقاط)

لدينا: a وَ b عددان صحيحان حيث $a \equiv -1[9]$، وَ $b = 2021$.

1)أ/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a، وَb على 9:

⬅ لدينا: $a \equiv -1[9]$، ومنه: $a \equiv (-1+9)[9]$

أي: $\boxed{a \equiv 8[9]}$

إذن: باقي قسمة a على 9 هو **8**.

⬅ لدينا: $b = 9(224) + 5$، أي: $\boxed{b \equiv 5[9]}$

إذن: باقي قسمة b على 9 هو **5**.

ب/ تبيان أنّ $a + 2b$ يقبل القسمة على 9:

لدينا: $a + 2b \equiv \left(-1 + 2(5)\right)[9]$

ومنه: $a + 2b \equiv 9[9]$

وعليه: $\boxed{a + 2b \equiv 0[9]}$، إذن: $a + 2b$ يقبل القسمة على 9.

جـ/ استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)^2 - 8$ على 9:

لدينا: $(a+2b)^2 - 8 \equiv \left((0)^2 - 8\right)[9]$

ومنه: $(a+2b)^2 - 8 \equiv -8[9]$

وعليه: $(a+2b)^2 - 8 \equiv (-8+9)[9]$

أي: $\boxed{(a+2b)^2 - 8 \equiv 1[9]}$،

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a+2b)^2 - 8$ على 9 هو **1**.

2)أ/ دراسة، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 4^n على 9:

لدينا: $4^0 \equiv 1[9]$،

$4^1 \equiv 4[9]$،

$4^2 \equiv 7[9]$،

$4^3 \equiv 1[9]$،

ومنه: بواقي قسمة 4^n على 9 تُشكل متتالية دورية، دورها 3

وبالتالي:

$n =$	$3k$	$3k+1$	$3k+2$	$k \in \mathbb{N}$
$4^n \equiv$	1	4	7	[9]

ب/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من 1962^{1442} وَ 1954^{2021} على 9:

⬅ لدينا: $1962 \equiv 0[9]$

ومنه: $1962^{1442} \equiv 0^{1442}[9]$

أي: $\boxed{1962^{1442} \equiv 0[9]}$، إذن: باقي قسمة 1962^{1442} على 9 هو **0**.

⬅ لدينا: $1954 \equiv 1[9]$

ومنه: $1954^{2021} \equiv 1^{2021}[9]$

أي: $\boxed{1954^{2021} \equiv 1[9]}$، إذن: باقي قسمة 1954^{2021} على 9 هو **1**.

جـ/ التحقق أنّ:

$1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv 0[9]$:

لدينا:

$1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv (0 + 1 + (-1)^{2n} - 2)[9]$

ومنه:

$1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv (1 + 1 - 2)[9]$

(لأنّ: $2n$ عدد زوجي)

أي: $\boxed{1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv 0[9]}$.

د/ تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $4^{3n} + n - 1 \equiv 0[9]$:

$4^{3n} + n - 1 \equiv 0[9]$ تُكافئ: $1 + n - 1 \equiv 0[9]$

ومنه: $n \equiv 0[9]$

إذن: $\boxed{n = 9k}$ (حيث $k \in \mathbb{N}$)

حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

لدينا: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x$، وَ $D_f = \mathbb{R}$.

وَ (C_f) التمثيل البياني للدّالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)حساب نهاية الدّالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$:

لدينا: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(-\frac{1}{3}x^3\right) = +\infty$،

وَ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(-\frac{1}{3}x^3\right) = -\infty$.

2)أ/ تبيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x،

$f'(x) = (-x+3)(x-1)$:

⬅ لدينا: $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$،

⬅ ولدينا من جهة أخرى:

$(-x+3)(x-1) = -x^2 + x + 3x - 3$

$= -x^2 + 4x - 3$

إذن: $\boxed{f'(x) = (-x+3)(x-1)}$.

دراسة إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$:

الطريقة 01: (في حالة $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$)

نضع: $f'(x) = 0$، نجد: $-x^2 + 4x - 3 = 0$

مميزها: $\Delta = (4)^2 - 4(-1)(-3)$

$= 16 - 12 = 4 = (2)^2$

للمعادلة حلين متمايزين هما:

$x' = \frac{-4+2}{2(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$، وَ $x'' = \frac{-4-2}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	

الطريقة 02: (في حالة $f'(x) = (-x+3)(x-1)$)

نضع: $f'(x) = 0$، نجد: $(-x+3)(x-1) = 0$

ومنه: $-x + 3 = 0$ أو $x - 1 = 0$

وعليه: $\boxed{x = 3}$ أو $\boxed{x = 1}$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	

ب. استنتاج اتجاه تغيّر f، ثمّ تشكيل جدول تغيّراتها:

الدّالة f **متناقصة تماما** على كل من المجالين $]-\infty; 1]$ وَ $[3; +\infty[$، و**متزايدة تماما** على المجال $[1; 3]$؛

ويكون جدول تغيّراتها كالتالي:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{-4}{3}$	↗	0	↘	$-\infty$

حيث: $f(1) = -\frac{1}{3}(1)^3 + 2(1)^2 - 3(1)$

$= -\frac{1}{3} + 2 - 3 = \frac{-1+6-9}{3} = \frac{-4}{3}$

وَ $f(3) = -\frac{1}{3}(3)^3 + 2(3)^2 - 3(3)$

$= -\frac{1}{3}(27) + 2(9) - 9$

$= -9 + 18 - 9 = 0$

3) تبيان أنّ النقطة $A\left(2; \frac{-2}{3}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f):

لدينا: $\boxed{f''(x) = -2x + 4}$.

إشارة $f''(x)$:

نضع: $f''(x) = 0$ نجد: $-2x + 4 = 0$

ومنه: $\boxed{x = \frac{-4}{-2} = 2}$.

وبالتالي:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	

نلاحظ أنّ $f''(x)$ **تنعدم** عند 2، **وَتُغيّر إشارتها** إذن: النقطة $A(2; f(2))$ أي: $A\left(2; -\frac{2}{3}\right)$ **نقطة انعطاف** لـ (C_f).

(لأنّ: $f(2) = -\frac{1}{3}(2)^3 + 2(2)^2 - 3(2) = -\frac{2}{3}$)

4) كتابة معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A:

معادلة (D) من الشكل $y = f'(2)(x-2) + f(2)$،

ولدينا: $\begin{cases} f'(2) = -(2)^2 + 4(2) - 3 = 1 \\ f(1) = -\frac{2}{3} \quad (\text{ترتيب } A) \end{cases}$

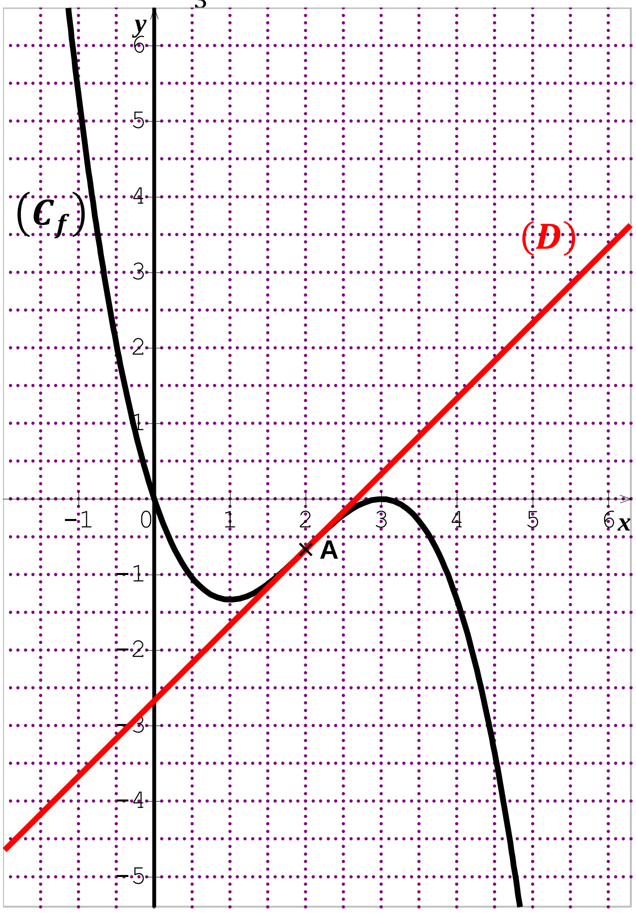
وبالتعويض نجد: $y = 1(x-2) - \frac{2}{3}$،

ومنه: $y = x + \frac{-6-2}{3}$

إذن: $\boxed{(D): y = x - \frac{8}{3}}$.

5) حساب $f(0)$ ثمّ رسم كلا من (D) و (C_f):

لدينا: $f(0) = -\frac{1}{3}(0)^3 + 2(0)^2 - 3(0) = 0$



انتهى ــــــــــ مُحبكم في الله أستاذ المادة ــــــــــ بالتوفيق في بكالوريا دورة جوان 2021.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-4}{3}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f''(x)$		+	0	-	